Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Кафедра вищої математики та інформатики

“**ЗАТВЕРДЖУЮ**”

Декан факультету математики і інформатики

______________Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

“_____” _______________20____ р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ВИЩА МАТЕМАТИКА

рівень вищої освіти ______ перший (бакалаврський) рівень______________

галузь знань ____12 Інформаційні технології _

спеціальність _____122 – Комп’ютерні науки

освітня програма ___«Комп’ютерні науки»___

спеціалізація ____

(шифр і назва)

вид дисципліни _____________обов’язкова______________________

(обов’язкова / за вибором)

факультет __ комп’ютерних наук___

(назва підрозділу)

2023 / 2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

“29” серпня 2023 р., протокол № 8.

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: Вікторія КУЗНЄЦОВА, канд. фіз.-мат. наук, доцент каф. вищ. матем. та інф.

Програму схвалено на засіданні кафедри вищої математики та інформатики

Протокол від “__29__” __серпня___ 2023 року № _1_

Завідувач кафедри вищої математики та інформатики

___________ _Віктор ЛИСИЦЯ

(підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми

Комп’ютерні науки

назва освітньої програми

Гарант освітньо-професійної програми Комп’ютерні науки

____________________ ___Сергій БОГУЧАРСЬКИЙ _

(підпис) **(прізвище та ініціали)**

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету комп’ютерних наук

назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “__06___” ___вересня__ 2023 року, протокол №_1

Голова науково-методичної комісії факультету комп’ютерних наук

_______________ Лариса ВАСИЛЬЄВА

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**ВИЩА МАТЕМАТИКА**»
складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **«бакалавр»**
спеціальності **122** – **«Комп'ютерні науки»**

освітня програма **«Комп'ютерні науки»**

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни полягає у наданні майбутнім спеціалістамзнань у галузі вищої математики.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є навчання студентів використовувати сучасний математичний апарат неперервного аналізу теоретичним основам і методам лінійної алгебри, аналітичної геометрії, математичного аналізу, комплексного аналізу, диференціальних рівнянь, теорії стійкості та застосуванню цих методів для розв'язання різноманітних задач теоретичного та практичного характеру в професійної діяльності для розв'язання задач теоретичного та практичного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації.

1.3. Кількість кредитів – 17, з них
1 сем. – 5,5 кредитів – «Вища математика»,
2 сем. – 5,5 кредитів – «Вища математика»,
3 сем. – 6 кредитів – «Вища математика»

1.4. Загальна кількість годин – 510

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов'язкова / за вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
1-й	
Семестр	
1 - й	
Лекції	
64 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
69 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	
9 год	
Рік підготовки	
1-й	
Семестр	
2 - й	
Лекції	
64 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	

Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
69 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	
9 год	
Рік підготовки	
2-й	
Семестр	
1-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
64 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
84 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	
8 год.	

1.6. Заплановані результати навчання:
Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти мають досягти таких результатів навчання:

Знати: ***теоретичні і прикладні положення неперервного аналізу, інтегральне числення, лінійну алгебру, аналітичну геометрію, диференціальні рівняння та теорію комплексних функцій, а саме:***

- поняття вектора, лінійні операції над векторами;
- лінійні комбінації, лінійну залежність векторів, колінеарність та компланарність векторів;
- базис лінійного простору, базис на площині та у просторі, розклад вектора по базі, ортонормовані бази, афінні бази;
- скалярний добуток векторів, векторний та мішаний добуток векторів, властивості, зв’язок з колінеарністю та компланарністю;
- афінні систем координат, полярну, циліндричну та сферичну системи координат, формули переходу;
- пряму на площині та у просторі, її рівняння, взаємне розміщення прямих, пучки прямих, відстань від точки до прямої у просторі, відстань між двома мимобіжними прямими, знаходження спільного перпендикуляра двох мимобіжних прямих;
- пряму в прямокутній системі координат, нормальне рівняння, відстань від точки до прямої, півплощини, кут між прямими;
- площину у просторі, її рівняння, взаємне розміщення площин, пучок площин;
- площину в прямокутній системі координат, нормальне рівняння, відстань від точки до площини, півпростори, кут між площинами;
- загальне рівняння кривої другого порядку, квадратичні форми, матрицю квадратичної форми, перетворення рівняння кривої при перетворенні координат;
- зведення загального рівняння кривої другого порядку до канонічного виду;
- рівняння кола, еліпса, гіперболи, параболи, ексцентриситети та директриси, властивості цих кривих;
- поверхні другого порядку, канонічні рівняння поверхонь другого порядку, еліпсоїди, гіперболоїди, параболоїди, циліндри, конуси;

- правила розкриття визначника другого та третього порядків;
- методи Крамера та Гауса розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь;
- аксіоматичну теорію дійсних чисел;
- властивості границь числових послідовностей та числових функцій;
- властивості неперервних функцій ;
- диференціальне числення функцій однієї змінної;
- теорію інтеграла Рімана на відрізку;
- теорію збіжності невласних інтегралів Рімана;
- теорію збіжності числових рядів;
- теорію рівномірної збіжності функціональних послідовностей та рядів;
- теорію степеневих рядів;
- елементи теорії метричних, нормованих та евклідових просторів;
- властивості границь функцій багатьох змінних;
- властивості неперервних функцій багатьох змінних;
- диференціальне числення функцій багатьох змінних;
- теореми існування та диференційованості неявних функцій;
- теорію внутрішніх та умовних екстремумів функцій багатьох змінних;
- властивості ейлеревих інтегралів;
- теорію кратних інтегралів Рімана;
- теорію криволінійних та поверхневих інтегралів першого роду;
- теорію криволінійних та поверхневих інтегралів другого роду;
- класичні формули Гріна, Гаусса-Остроградського, Стокса;
- основи теорії векторних полів;
- елементи теорії рядів Фур'є за ортонормованими системами у гілбертовому просторі;
- нерівність Бесселя та рівність Ляпунова-Парсеваля;
- властивості перетворення Фур'є та інтегралу Фур'є;
- умови Коші-Рімана;
- центральну теорему Коші;
- ряди Тейлора і Лорана;
- методи розв'язування диференціальних рівнянь першого порядку;
- визначення характеристичного многочлена диференціального рівняння, застосування визначника Вронського, призначення і визначення функції Коші;
- технологію зведення системи лінійних рівнянь першого порядку до одного рівняння другого порядку;
- теореми про існування зображення за Лапласом;
- формули зображення похідних, інтегралу згортки оригіналів;
- рівняння Ейлера-Пуассона, Остроградського;
- обгрупововувати евристичні формули для функцій натуральної змінної за методом математичної індукції;
- доведення основних теорем.

Вміти: ***ефективно використовувати сучасний математичний апарат в професійної діяльності для розв'язання задач теоретичного та практичного характеру в процесі аналізу, синтезу та проектування інформаційних систем за галузями:***
- застосовувати лінійні операції над векторами, знаходити скалярні, векторні та змішані добутки векторів;
- застосовувати лінійні операції над матрицями, знаходити обернені матриці, ранг та визначник матриці;
- розв'язувати системи лінійних рівнянь методами Крамера, Гауса;
- знаходити відстань від точки до прямої у просторі, відстань між двома мимобіжними прямими, спільного перпендикуляр двох мимобіжних прямих;
- виписувати рівняння основних кривих та поверхонь другого порядку, знаходити ексцентриситети, директриси та асимптоти кривих другого порядку;
- знаходити границі послідовностей і функцій;
- досліджувати функції на неперервність і рівномірну неперервність;

- диференціювати складні та обернені функції;
- користуватися розвиненням функції за формулою Тейлора;
- застосовувати формулу Лейбніца;
- досліджувати функції на монотонність та опуклість;
- досліджувати функції на екстремум;
- користуватися правилом Лопіталя;
- будувати графік функції або кривої, що задана параметрично, з використанням диференціального числення;
- застосовувати таблицю первісних основних елементарних функцій і методи інтегрування для знаходження первісних більш складних функцій;
- досліджувати функцію на інтегрованість за Ріманом;
- застосовувати формулу Ньютона-Лейбніца, метод інтегрування частинами та заміну змінних для обчислення інтегралів Рімана;
- застосовувати інтеграл Рімана в геометрії, механіці, фізиці;
- досліджувати на абсолютну та умовну збіжності невласні інтеграли Рімана;
- досліджувати на абсолютну та умовну збіжності числові ряди;
- досліджувати на рівномірну збіжність функціональні послідовності та ряди;
- отримувати розвинення функцій у ряд Тейлора;
- диференціювати функції багатьох змінних;
- диференціювати неявно задані функції;
- досліджувати на внутрішній та умовній екстремум функції багатьох змінних;
- обчислювати інтеграли за допомогою Г-функцій та В-функцій;
- обчислювати кратні інтеграли за допомогою теореми Фубіні та заміни змінних;
- застосовувати кратні інтеграли в геометрії, механіці, фізиці;
- обчислювати криволінійні та поверхневі інтеграли першого та другого родів;
- застосовувати формули Гріна, Гауса-Остроградського, Стокса для обчислення криволінійних та поверхневих інтегралів;
- застосовувати методи та термінологію векторної теорії полів;
- розкладати функцію у ряд Фур'є та досліджувати його на збіжність поточково та рівномірно;
- обчислювати інтеграли комплексної змінної за допомогою теореми Коші, інтегральної формули Коші та основної теореми теорії лишків;
- розвивати функції комплексної змінної у ряд Лорана;
- розв'язувати диференціальні рівняння та системи диференціальних рівнянь.

1.7. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні мати наступні інтегральну та загальні компетентності:
інтегральні: здатність розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у галузі комп'ютерних наук та інформаційних технологій у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів та характеризується комплексністю та невизначеністю умов та вимог;
загальні:
− **ЗК1**. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
− **ЗК2**. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.
− **ЗК3**. Знання та розуміння предметної області та професійної діяльності.
− **ЗК4.** Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово.
− **ЗК5.** Здатність спілкуватися іноземною мовою (бажано).
− **ЗК6.** Здатність вчитися й оволодівати сучасними знаннями.
− **ЗК7**. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.
− **ЗК8.** Здатність генерувати нові ідеї (креативність).
− **ЗК11.** Здатність приймати обґрунтовані рішення.
− **ЗК12.** Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт.

1.8. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні мати наступні фахові компетентності :

− **СК1**. Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтовування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування.

− **СК3.** Здатність до логічного мислення, побудови логічних висновків, використання формальних мов і моделей алгоритмічних обчислень, проектування, розроблення й аналізу алгоритмів, оцінювання їх ефективності та складності, розв'язності та нерозв'язності алгоритмічних проблем для адекватного моделювання предметних областей і створення програмних та інформаційних систем.

− **СК4.** Здатність використовувати сучасні методи математичного моделювання об'єктів, процесів і явищ, розробляти моделі й алгоритми чисельного розв'язування задач математичного моделювання, враховувати похибки наближеного чисельного розв'язування професійних задач.

1.9. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні мати наступні ПРН (фахові, предметні)

− **ФК01**. Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтовування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування;

− **ПРН01.** Застосовувати знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, основ методології наукового пізнання, форм і методів вилучення, аналізу, обробки та синтезу інформації в предметній області комп'ютерних наук.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

І семестр

Розділ1. Елементи лінійної алгебри.

Тема 1. Матриці, визначники та системи лінійних рівнянь..

1. Матриці. Дії з матрицями. Подібні, симетричні, несиметричні, ортогональні та обернені матриці.
2. Визначники матриці. Властивості та обчислення визначників 2-го та 3-го порядків. Мінори, алгебраїчні доповнення, ранг матриці.
3. Розв'язування систем лінійних рівнянь матричним методом. Правило Крамера, методи Гауса, Жордана-Гауса.

Тема 2. Елементи векторної алгебри та теорії лінійних просторів.

1. Поняття вектора. Операції над геометричними векторами. Додавання векторів. Властивості додавання. Добуток вектора на число. Властивості добутку.
2. Означення лінійного векторного простору. Приклади.
3. Лінійні комбінації, лінійна залежність векторів. Необхідні та достатні умови лінійної залежності векторів.
4. Базис лінійного простору. Розмір лінійного простору. Колінеарні та компланарні вектори як приклади відповідно одновимірного та двовимірного лінійного простору.
5. Розклад вектора по базі. Координати вектора. Необхідні та достатні умови колінеарності двох векторів. Необхідні та достатні умови колінеарності двох та компланарності трьох векторів.
6. Ортонормовані бази. Проекція вектора на вісь та півплощину.
7. Скалярний добуток векторів, властивості. Евклідів простір. Довжина (норма) вектора.

8. Кут між векторами. Умова ортогональності двох векторів. Нерівність Коші-Буняковского. Проекції вектора.
9. Перетворення координат. Матриця переходу. Ортогональні перетворення. Орієнтація базисів, орієнтація простору.
10. Орієнтований об’єм трьох векторів, властивості, запис в координатах. Векторний та мішаний добуток векторів, властивості, зв'язок з колінеарністю та компланарністю. Подвійний векторний добуток.
11. Полярна, циліндрична та сферична системи координат. Формули переходу.
12. Власні числа та вектори матриць, методи їх знаходження.

Тема 3. Комплексні числа.

1. Алгебраїчна форма комплексних чисел. Рівні, спряжені, протилежні комплексні числа. Дії над комплексними числами.
2. Геометрична інтерпретація комплексних чисел.
3. Тригонометрична та показникові форми комплексного числа. Формули Ейлера і Муавра.
4. Корінь n-го ступеня з комплексного числа.
5. Розв’язування квадратних рівнянь з дійсними коефіцієнтами та комплексною змінною.

Розділ 2. Елементи аналітичної геометрії.

Тема 4. Алгебраїчні лінії першого порядку на площині і в простору.

1. Пряма на площині, всеможливі рівняння, взаємне розташування прямих. Поділ відрізка в заданому відношенні (векторний та координатний способи). Пучки прямих.
2. Пряма в прямокутній системі координат, нормальне рівняння, відстань від точки до прямої, кут між прямими.
3. Площина у просторі, всеможливі рівняння, взаємне розташування площин. Пучок площин.
4. Площина в прямокутній системі координат, нормальне рівняння, відстань від точки до площини, півпростори, кут між площинами.
5. Пряма у просторі, всеможливі рівняння, взаємне розташування прямих у просторі, відстань від точки до прямої у просторі, відстань між двома мимобіжними прямими. Знаходження спільного перпендикуляра двох мимобіжних прямих.

Тема 5. Алгебраїчні лінії другого порядку на площині і в простору.

1. Еліпс, гіпербола, парабола. Директоріальна властивість еліпса і гіперболи. Полярний параметр. Рівняння еліпса, гіперболи, параболи в полярній системі координат.
2. Загальне рівняння кривої другого порядку. Квадратичні форми. Матриця квадратичної форми. Додатно визначені квадратичні форми, критерій Сильвестра. Перетворення рівняння кривої при перетворенні координат.
3. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до канонічного виду.
4. Канонічні рівняння поверхонь другого порядку: еліпсоїди, гіперболоїди, параболоїди, циліндри, конуси. Перетин поверхні другого порядку з площиною.

Розділ 3. Деякі елементи теорії числових множин та логіки. Границя, неперервність функцій.

Тема 6. Деякі елементи теорії числових множин та логіки.

1. Логічна символіка. Операції над висловлюваннями та їх властивості.
2. Множини. Операції над множинами та їх властивості.

3. Обмежені зверху (знизу) числові множини та їх верхні (нижні) межі. Обмежені числові множини.

Тема 7. Границя функції.

1. Відображення. Образи та прообрази множин. Звуження та продовження відображень. Класифікація відображень. Оборотні відображення та відображення, обернені до них. Композиція відображень. Графік відображення. Приклади.
2. Означення околів та проколотих околів точки в $\mathbb{R}$. Ліві та праві півоколи точки в $\mathbb{R}$. Означення послідовності. Підпослідовності. Означення границі послідовності на мові нерівностей і на мові околів. Збіжні та розбіжні послідовності. Приклади. Нескінченні границі послідовностей. Єдиність границі послідовності.
3. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності. Зв'язок між нескінченно малими та нескінченно великими послідовностями. Зв'язок між збіжністю послідовності та її обмеженістю.
4. Нерівності між послідовностями, що виконані асимптотично. Теорема про зв'язок нерівностей між границями послідовностей з нерівностями між послідовностями та її наслідки. Теорема про три послідовності.
5. Леми про нескінченно малі послідовності. Теорема про арифметичні властивості границь послідовностей (про границі суми, різниці, добутку та частки).
6. Ознака Вейєрштрасса збіжності монотонних послідовностей та її наслідок. Число e (означення та оцінки).
7. Теорема Больцано-Вейєрштрасса. Верхня і нижня границі послідовності.
8. Фундаментальні послідовності, критерій Коші збіжності послідовності.
9. Означення граничної точки числової множини. Загальне означення границі функції за Коші на мові околів. Загальне означення границі функції за Гейне. Теорема про еквівалентність означень границі функції за Коші та за Гейне.
10. Теорема про єдиність границі функції. Достатня умова відсутності границі функції. Теорема про арифметичні властивості границь функцій.
11. Зв'язок між нескінченно малими та нескінченно великими функціями. Лема про нескінченно малі функції.
12. Теорема про граничний перехід у нерівностях та її наслідки. Теорема про три функції. Теорема про границю композиції функцій.
13. Однобічні границі функції в точці. Критерій існування границі функції у двобічній граничній точці на мові однобічних границь. Однобічне прямування функції до своєї границі. Означення монотонних функцій. Теорема Вейєрштрасса.
14. Друга чудова границя та її наслідки.
15. Перша чудова границя. Нерівності для синуса та тангенса.
16. Порівняння асимптотичної поведінки функцій при $x \to a$ (O-символіка). Зв'язок між символами $f(x) = o(g(x))\ (x \to a)$ і $f(x) = O(g(x))\ (x \to a)$. Властивості O-символіки.
17. Означення верхньої та нижньої границь функції Теорема про існування верхньої та нижньої границь функції. Критерій існування границі функції в термінах її верхньої та нижньої границь. Критерій Коші існування скінченної границі функції.

Тема 8. Неперервність функції.

1. Означення неперервної в точці функції. Приклади. Локальні властивості неперервних функцій (теорема про збереження нерівностей, теорема про арифметичні властивості, теорема про композицію для неперервних функцій та лема про збереження знаку функції).
2. Означення неперервної на множині функції. Теорема Вейєрштрасса про обмеженість функції, неперервної на відрізку.
3. Теорема Больцано-Коші про проміжні значення неперервної функції та її наслідок.
4. Означення рівномірно неперервної на множині функції. Теорема Кантора про рівномірну неперервність функції.
5. Класифікація точок розриву.

Розділ 4. Диференційованість функції. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Тейлора. Дослідження функцій, графіки функцій та криві, задані у декартовій або полярній системах координат.

Тема 9. Диференційованість функції, її диференціал і похідна.

1. Означення диференційованої функції в точці. Приклади знаходження похідної для елементарних функцій. Необхідна умова диференційованості функції у точці та приклад, що спростовує її достатність. Однобічні похідні функції та критерій диференційованості в термінах однобічних похідних.
2. Арифметичні властивості диференційованих у точці функцій. Похідна композиції. Похідна оберненої функції. Приклади. Таблиця похідних основних елементарних функцій.
3. Геометричне тлумачення поняття похідної функції. Рівняння дотичної та нормалі до графіка диференційованої функції.
4. Похідна функцій, заданих параметрично та в полярних координатах. Приклади.
5. Означення диференціала функції в точці. Зв'язок між диференційованістю функції та існуванням похідної функції в точці. Зв'язок між диференціалом і похідною функції в точці. Геометричне тлумачення поняття диференціалу функції. Арифметичні властивості та властивість інваріантності форми диференціалу функції.
6. Внутрішність числової множини. Означення локальних та глобальних (строгих та нестрогих) екстремумів функцій. Теорема Ферма (необхідна умова локального екстремуму диференційованої функції). Приклади, що спростовують достатність цієї умови та показують суттєвість умов теореми.
7. Теорема Ролля та її наслідок. Приклади, що показують суттєвість умов теореми. Теорема Лагранжа. Наслідки теореми Лагранжа. Теорема Коші.

Тема 10. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Тейлора.

1. Означення похідних вищих порядків і класів функцій $C_n(X)$, $C_\infty(X)$. Приклад диференційованої функції, яка не є неперервно диференційованою. Похідні вищих порядків деяких елементарних функцій. Означення диференціалів вищих порядків та їх зв'язок з похідними вищих порядків функцій. Порушення інваріантності форми диференціалів вищих порядків. Формула Лейбніца.
2. Правило Лопіталя розкриття невизначеностей типу $\frac{0}{0}$ i $\frac{\infty}{\infty}$.
3. Формула Тейлора для поліномів. Означення полінома Тейлора для функції, що n разів диференційована в точці. Локальна формула Тейлора із залишковим членом у формі Пеано. Формули Маклорена для деяких елементарних функцій. Теорема про залишковий член та її наслідки (залишковий член у формі Лагранжа та Коші). Обчислення границь функції за допомогою формули Тейлора.
4. Критичні точки. Достатні умови наявності (відсутності) локального екстремуму функції в термінах першої похідної. Достатні умови наявності (відсутності) локального екстремуму функції в термінах вищих похідних.
5. Означення (строго) опуклих та угнутих функцій на проміжку. Геометричне тлумачення опуклості та угнутості. Означення точки перегину графіка функції. Необхідна умова в т очці п ерегину д ля д вічі д иференційованих функцій. Достатні умови строгої опуклості функції та наявності (відсутності) точки перегину.

Тема 11. Графіки функцій та криві, задані у декартовій або полярній системах координат.

1. Асимптоти графіка функції. Теорема про знаходження коефіцієнтів асимптот.
2. Схема дослідження функції та побудова її графіка. Приклад.

3. Полярна система координат. Зв’язок декартових координат з полярними. Перехід від кривої, заданої в полярній системі координат, до параметричного подання її в декартовій системі координат. Асимптоти кривих, що задані параметрично в декартовій системі координат. Асимптоти кривих, що задані в полярній системі координат.

II семестр

Розділ 5. Невизначений інтеграл.

Тема 12. Невизначений інтеграл.

1. Означення первісної функції на проміжку. Теорема про структуру множини первісних функції на проміжку. Приклад функції на проміжку, в якої не існує первісної на цьому проміжку. Невизначений інтеграл і його властивості. Таблиця первісних деяких елементарних функцій. Формула заміни змінної та формула інтегрування частинами для невизначеного інтегралу.
2. Раціональні функції (дроби), розкладення їх на найпростіші. Інтегрування найпростіших раціональних функцій. Метод Остроградського виділення раціональної частини інтеграла.
3. Інтегрування функцій, раціональних відносно радикала з дробово-лінійної функції та незалежної змінної.
4. Інтегрування функцій, раціональних відносно квадратичної ірраціональності та незалежної змінної, за допомогою підстановок Ейлера. Деякі окремі випадки (в тому числі інтегрування відношення полінома та квадратичної ірраціональності).
5. Деякі властивості парних і непарних раціональних функцій і їх використання при інтегруванні раціональних функцій відносно синуса та косинуса. Універсальна тригонометрична підстановка. Інтегрування добутку раціональних степенів синуса та косинуса. Інтегрування функцій, раціональних відносно експонент.

Розділ 6. Визначений інтеграл та його застосування.

Тема 13. Визначений інтеграл та його застосування.

1. Розбиття відрізка та набори точок, узгоджені з даним розбиттям. Означення інтегральних сум Рімана, інтеграла Рімана та класу інтегровних за Ріманом функцій. Приклади інтегровних та неінтегровних за Ріманом функцій. Необхідна умова інтегровності функції за Ріманом.
2. Нижні (верхні) суми Дарбу та їх властивості. Означення нижнього (верхнього) Інтеграла Дарбу.
3. Лема Дарбу. Критерій Дарбу інтегровності функцій за Ріманом і його різні еквівалентні формулювання. Критерій Рімана інтегровності функцій у розумінні Рімана.
4. Класи функцій, інтегровних за Ріманом (неперервні на відрізку функції; обмежені функції, що мають на відрізку не більше ніж скінченне число точок розриву; монотонні на відрізку функції).
5. Адитивність інтеграла Рімана як функції відрізка. Лінійність інтеграла Рімана відносно підінтегральної функції. Інтегрованість добутку та модуля інтегрованих за Ріманом функцій. Оцінка модуля інтеграла. Позитивність та монотонність інтеграла Рімана, теорема про середнє (значення) для інтеграла Рімана.
6. Неперервність та диференційованість функції, заданої інтегралом Рімана із змінною верхньою межею інтегрування. Існування первісної у неперервної на відрізку функції. Друга теорема про заміну змінної в інтегралі Рімана.
7. Основна формула інтегрального числення (формула Ньютона-Лейбніца) та її наслідок про відновлення функції за її похідною через інтеграл Рімана. Формула інтегрування частинами для інтеграла Рімана, теорема про заміну змінної в інтегралі Рімана.

8. Основні властивості площ многокутних фігур. Означення нижньої та верхньої площі, взагалі, площі та квадровності множин на площині. Критерій квадровності множин.
9. Квадровність криволінійної трапеції та знаходження її площі.
10. Квадровність криволінійного сектора та знаходження його площі.
11. Довжина кривої. Властивості спрямлюваної кривої. Теорема про обчислення Довжини кривої. Наслідки.
12. Кубовність тіл. Критерій кубовності. Обчислення об'єму тіла, яке здобуте обертанням графіка функції навколо вісі Ох.
13. Квадровність поверхні обернення. Знаходження.

Розділ 7. Невласні інтеграли та числові ряди.

Тема 14. Невласні інтеграли.

1. Означення невласного інтеграла по необмеженому проміжку (інтеграла 1-го роду), його збіжність. Еталонний інтеграл 1-го роду, його збіжність. Критерій Коші збіжності невласного інтеграла по необмеженому проміжку. Критерій збіжності невласного інтеграла від невід'ємної функції. Ознака порівняння збіжності невласних інтегралів і її наслідки. Приклад.
2. Означення абсолютної та умовної збіжностей невласних інтегралів 1-го роду. Зв'язок збіжностей невласних інтегралів від функції та від модуля функції. Ознаки Діріхле та Абеля збіжності невласного інтеграла 1-го роду. Приклади.
3. Означення невласного інтеграла від необмеженої функції (інтеграла 2-го роду), Його збіжність. Еталонний інтеграл 2-го роду, його збіжність. Критерій Коші збіжності невласного інтеграла від необмеженої функції. Критерій збіжності невласного інтеграла від невід'ємної функції. Ознака порівняння збіжності невласних інтегралів і її наслідки. Приклад.
4. Означення абсолютної та умовної збіжностей невласних інтегралів 2-го роду. Зв'язок збіжностей невласних інтегралів від функції та від модуля функції. Ознаки Діріхле Та Абеля збіжності невласного інтеграла від необмеженої функції (інтеграла 2-го роду). Приклади.
5. Властивості невласних інтегралів (лінійність невласних інтегралів відносно підінтегральної функції; адитивність невласного інтеграла як функції проміжку). Формули заміни змінної та інтегрування частинами для невласних інтегралів. Формула Ньютона-Лейбніца для невласних інтегралів. Головне значення невласного інтеграла.
6. В-функція та Г-функція Ейлера.

Тема 15. Числові ряди.

1. Означення ряду, його часткових сум і збіжності ряду. Найпростіші властивості числових рядів. Критерій Коші збіжності числових рядів. Необхідна умова збіжності числового ряду. Гармонійний ряд. Сума нескінченної геометричної прогресії.
2. Ряди з невід'ємними членами, ознаки їх збіжності (ознака порівняння та її наслідки, ознака Даламбера, радикальна та інтегральна ознаки Коші, ознаки Раабе та Гауса збіжності рядів). Приклади.
3. Ряди з чергуванням знаків і лейбніцевські ряди. Ознака Лейбніца збіжності рядів і її наслідок. Абсолютна та умовна збіжності рядів. Зв'язок збіжності ряду зі збіжністю ряду, складеного з модулів членів вихідного ряду. Ознаки Діріхле та Абеля збіжності рядів. Приклади.
4. Означення перестановок числового ряду. Теореми про збіжність ряду, отриманого перестановкою членів абсолютно збіжного числового ряду. Теорема Рімана. Дії з рядами. Означення добутку числових рядів. Теорема Коші про добуток рядів.

Розділ 8. Невласні інтеграли та числові ряди.

Тема 16. Функціональні послідовності та ряди. Степеневі ряди.

1. Означення функціональних послідовностей та функціональних рядів. Означення збіжності та рівномірної збіжності на множині функціональних послідовностей та функціональних рядів. Відповідні приклади. Критерій Коші рівномірної збіжності на множині функціональних послідовностей та функціональних рядів. Критерій рівномірної збіжності функціональних послідовностей, наслідок. Необхідна умова рівномірної збіжності функціонального ряду.
2. Теорема про рівномірну збіжність функціонального ряду, члени якого отримані помноженням членів рівномірно збіжного ряду на обмежену функцію. Ознаки Вейерштрасса, Абеля та Діріхле рівномірної збіжності функціональних рядів.
3. Теорема про неперервність суми функціонального ряду. Теорема про інтегрованість суми функціонального ряду (теорема про почленне інтегрування функціонального ряду). Теорема про диференційованість суми функціонального ряду (теорема про почленне диференціювання функціональних рядів).
4. Означення степеневого ряду. Формули для обчислення радіусу збіжності степеневого ряду (Коші-Адамара, Даламбера). Теорема про абсолютну збіжність степеневих рядів. Теорема Абеля. Теорема про рівномірну збіжність степеневого ряду на відрізку.
5. Арифметичні дії над степеневими рядами.
6. Означення аналітичної функції в точці. Властивості аналітичних функцій (необхідна та достатньо умови аналітичності функції у точці). Приклад нескінченно диференційованої числової функції дійсного аргументу, яка не є аналітичною.
7. Степеневі ряди з комплексними членами.

Розділ 9. Метричні простори.
Диференціальне числення функцій кількох змінних.

Тема 17. Метричні простори. Диференціальне числення функцій кількох змінних.

1. Означення метрики та метричного простору. Приклад ($\mathbb{R}^n$, ρ). Відкриті (замкнені) множини у метричному просторі ($\mathbb{R}^n$, ρ), приклади. Властивості відкритих (замкнених) множин в ($\mathbb{R}^n$, ρ). Означення ε-околів та проколотих ε-околів.
2. Означення діаметра множини та обмеженої множини. Властивість віддільності точок у метричному просторі. Граничні точки множин. Означення ізольованих, внутрішніх, зовнішніх і межових точок множин у метричних просторах. Замикання множин, компакти у просторі $\mathbb{R}^n$.
3. Означення послідовностей у просторі $\mathbb{R}^n$. Означення границі послідовності у просторі $\mathbb{R}^n$. Збіжні та фундаментальні послідовності. Зв'язок між фундаментальністю послідовності та її збіжністю. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Ознака компактності.
4. Означення границі функції кількох змінних за Коші та за Гейне. Границя функції по множині. Означення неперервності функцій кількох змінних. Теорема Вейерштрасса. Рівномірна неперервність функцій кількох змінних. Теореми Кантора та теорема про Границю композиції відображень. Приклад функції двох змінних, для якої не існує всебічної границі, але існує границя за будь-яким напрямком.
5. Означення диференційованості в точці функції кількох змінних, диференціала та похідної функції в точці. Необхідна умова диференційовності функції (зв'язок між неперервністю та диференційовністю функції в точці). Означення частинних похідних функцій в точці та теорема про зв'язок диференційованості функції в точці з диференційовністю в цій точці за окремими змінними. Приклад функції двох змінних, для якої існують усі частинні похідні у точці, але яка не є диференційованою у цій точці.

6. Достатня умова диференційованості функції в точці. Означення неперервної диференційованості відображення та її зв'язок з неперервністю частинних похідних координатних функцій. Геометричне тлумачення диференційованості функції двох змінних (в тому числі рівняння дотичних та нормальних площин до графіку функції, тлумачення диференціалу).
7. Правила диференціювання функцій кількох змінних (теорема про диференційованість композиції та її наслідок (формула для обчислення частинних похідних складної функції кількох змінних, інваріантність форми першого диференціала).
8. Похідна функції за напрямком. Теорема про існування похідних за всіма напрямками для диференційовної у внутрішній точці функції та зв'язок похідної за напрямком з градієнтом функції. Геометричний зміст градієнта функції. Ортогональність градієнта функції в точці до лінії рівня, що проходить через цю точку.
9. Частинні похідні функції m-порядку в точці. Необхідні (достатні) умови *m* разів диференційованості функції в точці.
10. Теорема Шварца про рівність змішаних похідних другого порядку. Зв'язок диференціалів функції з частинними похідними. Диференціали вищих порядків для функції багатьох змінних, їх неінваріантність.
11. Формула Тейлора для функцій кількох змінних із залишковим членом у формі Пеано. Формула Тейлора для функцій кількох змінних із залишковим членом у формі Лагранжа.
12. Означення функції, заданої у неявному вигляді. Теорема про існування функції, заданої неявно. Теорема про диференційованість неявних функцій.
13. Неявні функції кількох змінних. Теорема про існування та диференційованість неявних функцій кількох змінних.
14. Неявні функції, задані за допомогою системи рівнянь. Матриця Якобі, якобіан системи рівнянь. Теорема про розв'язок та диференційованість розв'язку системи.

Розділ 10. Екстремуми функцій кількох змінних.

Тема 18. Екстремуми функцій кількох змінних.

1. Означення локальних екстремумів (строгих та нестрогих) функцій кількох змінних. Необхідна умова внутрішнього екстремуму диференційованої функції, наслідок.
2. Достатні умови наявності (відсутності) локального внутрішнього екстремуму в стаціонарній точці двічі диференційованої функції, наслідок для випадку функції двох змінних.
3. Означення умовного екстремуму функції кількох змінних. Метод невизначених множників Лагранжа. Приклад знаходження умовного екстремуму за означенням та за методом Лагранжа.
4. Метод найменших квадратів.

Розділ 11. Кратні інтеграли Рімана.

Тема 19. Подвійні інтеграли

1. Задача про об'єм циліндричного брусу. Розбиття прямокутника, діаметр розбиття прямокутника, інтегральні суми, подвійні інтеграли по прямокутнику. Означення інтегрованої за Ріманом функції на прямокутнику. Необхідна умова інтегрованості за Ріманом. Верхні та нижні суми Дарбу та їх властивості. Критерій Рімана інтегрованості за Ріманом обмеженої функції, визначеної на прямокутнику.
2. Подвійний інтеграл по довільній обмеженій множині. Достатні умови інтегрованості функції. Приклад знаходження подвійного інтеграла за означенням.
3. Властивості подвійного інтегралу (адитивність подвійного інтеграла Рімана як

функції множини, лінійність подвійного інтеграла відносно підінтегральної функції двох змінних, інтегрованість добутку та модуля інтегрованих функцій, оцінка модуля інтеграла, позитивність та монотонність подвійного інтеграла, теорема про середнє (значення) для подвійного інтеграла).
4. Лема про обчислення подвійних інтегралів від інтегрованої на прямокутнику функції за допомогою повторних. Теорема про обчислення подвійних інтегралів від інтегрованої на криволінійній трапеції функції за допомогою повторних. Приклад обчислення подвійного інтеграла за допомогою цієї теореми.
5. Площа поверхні. Знаходження площі поверхонь, які задані різними способами (явно та за допомогою параметрів).
6. Застосування подвійних інтегралів в механіці.

Тема 20. Потрійні інтеграли

1. Задача про обчислення маси тіла. Розбиття паралелепіпеда, діаметр розбиття паралелепіпеда, інтегральні суми, потрійні інтеграли по паралелепіпеду. Означення інтегрованої за Ріманом функції на паралелепіпеду. Необхідна умова інтегрованості за Ріманом. Верхні та нижні суми Дарбу та їх властивості. Критерій Рімана інтегрованості За Ріманом обмеженої функції, визначеної на паралелепіпеду. Потрійний інтеграл по Довільному тілу.
2. Достатні умови інтегрованості функції Просторова міра Жордана. Властивості потрійного інтегралу. Обчислення потрійних інтегралів за допомогою повторних.
3. Заміна змінних в потрійних інтегралах. Сферичні та циліндричні координати, знаходження об’єму.
4. Застосування потрійних інтегралів у механіці.
5. Многократні інтеграли. Теорема Фубіні.

III семестр

Розділ 12. Криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля.

Тема 21. Криволінійні інтеграли.

1. Задача про знаходження маси кривої. Означення криволінійного інтеграла 1-го роду по простій гладкій кривій, його незалежність від вибору параметризації та теорема про його зведення до інтеграла Рімана. Властивості криволінійних інтегралів 1-го роду.
2. Орієнтована крива. Криволінійний інтеграл 2-го роду, його властивості. Зведення криволінійного інтегралу 2-го роду до визначеного інтегралу.
3. Зв'язок між криволінійними інтегралами 1 та 2-го роду. Фізичне тлумачення криволінійних інтегралів 2-го роду.
4. Означення гладкої, регулярної, замкнутої кривої, простого замкнутого контуру; замкнутої області, однозв’язної області; додатного направлення обходу контуру. Формула Гріна., наслідки (знаходження площин множин).
5. Означення векторного, потенційного поля. Критерій потенційності поля. Теорема про незалежність криволінійного інтеграла 2-го роду від путі інтегрування (достатня умова потенційності поля).
6. Еквівалентні постановки задачі про незалежність криволінійного інтеграла 2-го роду від путі інтегрування та критерій такої незалежності. Критерій потенціальності поля у $\mathbb{R}^2$.

Тема 22. Поверхневі інтеграли

1. Односторонні та двосторонні поверхні. Сторона поверхні. Знаходження направляючих косинусів нормалі для поверхонь, які задані явно та за допомогою параметрів. Орієнтація

поверхні. Прості кусково-гладкі поверхні.
2. Поверхневі інтеграли 1-го роду по двостороннім кусково -гладким поверхням. Зведення поверхневого інтегралу 1-го роду до подвійних інтегралів, наслідки.(для поверхонь, які задані за допомогою параметрів, явно, знаходження площини поверхні).
3. Поверхневі інтеграли 2-го роду по вибраній стороні поверхні. Зв'язок між поверхневими інтегралами 1-го и 2-го родів по двостороннім гладким поверхням. Незалежність поверхневого інтеграла 2-го роду від вибору параметризації при фіксованій орієнтації та його залежність від орієнтації поверхні. Формула для обчислення поверхневого інтеграла 2-го роду через кратний інтеграл.

Тема 23. Елементи теорії поля.

1. Скалярні, векторні поля. Оператор Гамільтона, градієнт. Дивергенція, циркуляція, ротор, поток векторного поля. Критерій потенціальності векторного поля та критерій соленоїдальності векторного поля в області в термінах елементів теорії поля.
2. Формула Стокса. Формула Гауса-Остроградського. Їх формулювання у термінах векторного аналізу.

Розділ 13. Функції комплексної змінної. Диференційованість та інтегрованість функцій комплексної змінної. Формула Коші. Ряди Лорана.

Тема 24. Функції комплексної змінної. Диференційованість та інтегрованість функцій комплексної змінної. Ряди Лорана.

1. Функції комплексної змінної. Границя, неперервність та диференційованість функції комплексної змінної. Умови Коші-Рімана (Даламбера-Ейлера).
2. Геометричне тлумачення аргументу та модуля похідної. Конформні відображення.
3. Елементарні функціїі комплексної змінної.
4. Інтегрованість функції комплексної змінної. Формула Коші.
5. Ізольовані точки, їх класифікація. Ряди Лорана.
6. Лишки та їх застосування до обчислення інтегралів.

Розділ 14. Диференціальні рівняння та системи диференціальних рівнянь. Перетворення Лапласа.

Тема 25. Диференціальні рівняння.

1. Диференціальні рівняння (ДР) n-го порядку. Задача Коші ДР. Геометрична інтерпретація ДР 1-го порядку. Нормальна система (НС) ДР. Зведення ДР к НС. Задача Коші НС.
2. Рівняння з відокремленими змінними та рівняння, які до них зводяться.
3. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Методи інтегруючого множника та варіації довільної сталої. Рівняння у повних диференціалах.
4. Лінійні диференціальні рівняння вищого порядку. Принцип суперпозиції. Детермінант Вронського. Теорема про розв'язки лінійних ДР.
5. Лінійні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Рівняння Ейлера. Теорема про розв'язки лінійних ДР. Метод варіації довільних сталих.
6. Лінійні системи диференціальних рівнянь.
7. Лінійні системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.

Тема 26. Перетворення Лапласа.

1. Зображення Лапласа для кусково-неперервної функції. Оригинал, показник росту функції. Знаходження зображення Лапласа для косинуса та зв'язок з зображенням Лапласа для синуса. Функція Хевісайда. Теорема про єдиність, наслідок.
2. Властивості зображень Лапласа (подібність, лінійність, зміщення, диференційованість зображення та оригінала, інтегрування зображення та запізнення оригінала). Операція згортки функцій та її властивості. Формула Дюамеля.
3. Застосування операційного зчислення в диференціальних рівняннях.

Тема 27. Теорія стійкості.

1. Основні поняття теорії стійкості. Геометричний зміст стійкого розв'язку.
2. Стійкість лінійних систем диференціальних рівнянь.
3. Теорема Ляпунова про дослідження на стійкість за першим наближенням.
4. Функція Ляпунова.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с.р.		л	п	лаб.	інд.	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
І семестр												
Розділ1. Елементи лінійної алгебри.												
Тема 1. Матриці, визначники та системи лінійних рівнянь	20	8*	4*		3	5						
Тема 2. Елементи векторної алгебри та теорії лінійних просторів	22	12*	4*		2	4						
Тема 3.Комплексні числа	10	2*	2*			6						
Разом за розділом **1**	**52**	**22**	**10**		**5**	**15**						
Розділ 2. Елементи аналітичної геометрії.												
Тема 4. Алгебраічні лінії першого порядку на площині і в просторі	16	6*	4*		2	4						
Тема 5. Алгебраічні лінії другого порядку на площині і в просторі	14	6*	2*		2	4						
Разом за розділом **2**	**30**	**12**	**6**		**4**	**8**						
Розділ 3. Деякі елементи теорії числових множин та логіки. Границя, неперервність функцій.												
Тема 6. Деякі елементи теорії числових множин та логіки	8	2*	2*			4						
Тема 7. Границя функції	22	10*	6*			6						

Тема 8. Непереревність функції	12	4*	2*			6						
Разом за розділом **3**	**42**	**16**	**10**			**16**						
Розділ 4. Диференційованість функції. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Тейлора. Дослідження функцій, графіки функцій та криві, задані у декартовій або полярній системах координат.												
Тема 9. Диференційованість функції, її диференціал і похідна	14	6*	2*			6						
Тема 10. Похідні і диференціали вищих порядків. Фрпмула Тейлора	14	4*	2*			8						
Тема 11. Графіки функцій та криві, задані у декартовій або в полярній системі координат	13	4*	2*			7						
Разом за розділом **4**	**41**	**14**	**6**			**21**						
Усього годин за **I семестр**	**165**	**64**	**32**		**9**	**60**						
II семестр												
Розділ 5. Невизначений інтеграл.												
Тема 12. Невизначений інтеграл	25	8*	4*		4	9						
Разом за розділом **5**	**25**	**8**	**4**		**4**	**9**						
Розділ 6. Визначений інтеграл та його застосування.												
Тема 13. Визначений інтеграл та його застосування	29	12*	6*			11						
Разом за розділом **6**	**29**	**12**	**6**			**11**						
Розділ 7. Невласні інтеграли та числові ряди.												
Тема 14. Невласний інтеграл	14	4*	2*		2	6						
Тема 15. Числові ряди	20	8*	4*		2	6						
Разом за розділом **7**	**34**	**12**	**6**		**4**	**12**						
Розділ 8. Функціональні послідовності, функціональні ряди. Степеневі ряди.												
Тема 16. Функціональні послідовності, функціональні ряди. Степеневі ряди	16	6*	4*		1	5						
Разом за розділом **8**	**16**	**6**	**4**		**1**	**5**						
Розділ 9. Метричні простори. Диференціальне числення функцій кількох змінних												
Тема 17. Метричний простір $\mathbb{R}^n$. Диференціальне числення функцій кількох змінних	26	14*	4*			8						

Разом за розділом **9**	**26**	**14**	**4**			**8**						
Розділ 10. Екстремум функції кількох змінних.												
Тема 18. Екстремум функції кількох змінних	15	4*	4*			7						
Разом за розділом **10**	**15**	**4**	**4**			**7**						
Розділ 11. Кратні інтеграли Рімана.												
Тема 19. Подвійні інтеграли	10	4*	2*			4						
Тема 20. Потрійні інтеграли	10	4*	2*			4						
Разом за розділом **11**	**20**	**8**	**4**			**8**						
Усього годин за **II семестр**	**165**	**64**	**32**		**9**	**60**						
III семестр												
Розділ 12. Криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля												
Тема 21. Криволінійні інтеграли	14	2*	4*			8						
Тема 22. Поверхневі інтеграли	20	4*	8*			8						
Тема 23. Елементи теорії поля	16	2*	4*		4	6						
Разом за розділом **12**	**50**	**8**	**16**		**4**	**22**						
Розділ 13. Функції комплексної змінної. Диференційованість та інтегрованість функцій комплексної змінної. Формула Коші. Ряди Лорана.												
Тема 24. Функції комплексної змінної. Диференційованість та інтегрованість функцій комплексної змінної. Формула Коші. Ряди Лорана.	48	10*	20*			18						
Разом за розділом **13**	**48**	**10**	**20**			**18**						
Розділ 14. Диференціальні рівняння та системи диференціальних рівнянь. Перетворення Лапласа.												
Тема 25. Диференційні рівняння	42	8*	16*		4	14						
Тема 26. Перетворення Лапласа	18	2*	4*			12						
Тема 27. Теорія стійкості	22	4*	8*			10						
Разом за розділом **14**	**82**	**14**	**28**		**4**	**36**						
Усього годин за **II семестр**	**180**	**32**	**64**		**8**	**76**						
Усього	**510**	**160**	**128**		**26**	**196**						

*** За умовою карантину заняття проводяться дистанційно, на платформі ZOOM**

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
	І семестр	
1.	**Матриці, визначники та системи лінійних рівнянь.** Матриці. Дії з матрицями. Подібні, симетричні, несиметричні, ортогональні та обернені матриці. Обчислення визначників 2-го та 3-го порядків. Мінори, алгебраїчні доповнення, ранг матриці. Розв'язування систем лінійних рівнянь матричним методом. Правило Крамера, методи Гауса, Жордана-Гауса.	4
2.	**Елементи векторної алгебри та теорії лінійних просторів.** Операції над геометричними векторами. Додавання векторів. Добуток вектора на число. Лінійні комбінації, лінійна залежність векторів. Базис лінійного простору. Розмір лінійного простору. Колінеарні та компланарні вектори як приклади відповідно одновимірного та двовимірного лінійного простору. Розклад вектора по базі. Координати вектора. Ортонормовані бази. Проекція вектора на вісь та півплощину. Скалярний добуток векторів, властивості. Евклідів простір. Довжина (норма) вектора. Кут між векторами. Умова ортогональності двох векторів. Нерівність Коши-Буняковського. Проекції вектора. Перетворення координат. Матриця переходу. Ортогональні перетворення. Орієнтація базисів, орієнтація простору. Орієнтований об'єм трьох векторів, властивості, запис в координатах. Векторний та мішаний добуток векторів, властивості, зв'язок з колінеарністю та компланарністю. Подвійний векторний добуток. Полярна, циліндрична та сферична системи координат. Формули переходу. Власні числа та вектори матриць, методи їх знаходження.	4
3.	**Комплексні числа.** Алгебраїчна форма комплексних чисел. Дії над комплексними числами. Геометрична інтерпретація комплексних чисел. Тригонометрична та показникові форми комплексного числа. Формули Ейлера і Муавра. Корінь n-го ступеня з комплексного числа. Розв'язування квадратних рівнянь з дійсними коефіцієнтами та комплексною змінною.	2
4.	**Алгебраїчні лінії першого порядку на площині і в простору.** Пряма на площині, всеможливі рівняння, взаємне розташування прямих. Поділ відрізка в заданому відношенні (векторний та координатний способи). Пряма в прямокутній системі координат, нормальне рівняння, відстань від точки до прямої, кут між прямими. Площина у просторі, всеможливі рівняння, взаємне розташування площин. Площина в прямокутній системі координат, нормальне рівняння, відстань від точки до площини, півпростори, кут між площинами. Пряма у просторі, всеможливі рівняння, взаємне розташування прямих у просторі, відстань від точки до прямої у просторі, відстань між двома мимобіжними прямими. Знаходження спільного перпендикуляра двох мимобіжних прямих.	4
5.	**Алгебраїчні лінії другого порядку на площині і в простору.** Еліпс, гіпербола, парабола. Директоріальна властивість еліпса і гіперболи. Полярний параметр. Рівняння еліпса, гіперболи, параболи в полярній системі координат. Загальне рівняння кривої другого порядку. Квадратичні форми. Матриця квадратичної форми. Додатно визначені квадратичні форми, критерій Сильвестра. Перетворення рівняння кривоїпри перетворенні координат. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до канонічного виду.	2

6.	**Деякі елементи теорії числових множин та логіки.** Логічна символіка. Операції над висловлюваннями та їх властивості. Операції над множинами та їх властивості. Обмежені зверху (знизу) числові множини та їх верхні (нижні) межі.	2
7.	**Границя функції.** Послідовність. Обмеженість та монотонність послідовності. Границя послідовності. Границя функції, обчислення границь, асимптотичне порівняння функцій. Часткова, верхня та нижня границі функції.	6
8.	**Неперервність функції.** Дослідження функцій на неперервність та рівномірну неперервність	2
9.	**Диференційованість функції, її диференціал і похідна.** Обчислення похідних і диференціалів першого порядку. Геометричні застосування похідних. Наближені обчислення із застосуванням диференціалів. Обчислення похідних обернених функцій.	2
10.	**Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Тейлора.** Обчислення похідних і диференціалів вищих порядків. Похідні функцій, що задані параметрично. Правило Лопіталя. Формула Тейлора. Дослідження функцій за допомогою похідних.	2
11.	**Графіки функцій та криві, задані у декартовій або полярній системах координат.** Побудова графіків функцій та кривих, що задані явно та в параметричній формі у декартовій системі координат. Побудова графіків функцій та кривих у полярній системі координат.	
	Разом за І семестр	**32**
	ІІ семестр	
12.	**Невизначений інтеграл.** Первісна та невизначений інтеграл. Інтегрування заміною змінної та інтегрування частинами. Інтегрування раціональних функцій. Методи інтегрування ірраціональностей. Інтегрування тригонометричних функцій	4
13.	**Визначений інтеграл та його застосування.** Обчислення визначених інтегралів. Геометричні застосування визначеного інтеграла та застосування інтеграла Рімана в механіці та фізиці.	6
14.	**Невласний інтеграл.** Обчислення та дослідження на збіжність невласних інтегралів.	4
15.	**Числові ряди.** Дослідження на збіжність числових рядів з невід'ємними членами та знакозмінних рядів.	4
16.	**Функціональні послідовності та ряди. Степеневі ряди.** Дослідження на поточкову та рівномірну збіжність функціональних послідовностей та рядів.. Дослідження степеневих рядів та розвинення функцій у ряд Тейлора.	4
17.	**Метричний простір $\mathbb{R}^n$. Диференціальне числення функцій кількох змінних.** Кратні та повторні границі функцій кількох змінних. Неперервність функцій кількох змінних. Частинні похідні, диференціал, похідна занапрямком, градієнт. Дотична площина та нормаль до явно заданої поверхні. Похідні та диференціали вищих порядків. Диференціювання неявно заданих скалярних та векторних функцій. Заміна змінних у диференціальних виразах.	4
18.	**Екстремуми функцій кількох змінних.** Дослідження функцій на внутрішній екстремум. Дослідження функцій на умовний екстремум.	4
19.	**Подвійні інтеграли.**	2

	Обчислення подвійних інтегралів зведенням їх до повторних у декартових координатах та переходом до полярних координат. Обчислення площ та об’ємів за допомогою подвійних інтегралів. Застосування подвійних інтегралів у механіці та фізиці.	
20.	**Потрійні інтеграли.** Обчислення потрійних інтегралів зведенням їх до повторних у декартових координатах та переходом до сферичних та циліндричних координат. Обчислення об’ємів за допомогою потрійних інтегралів. Застосування потрійних інтегралів у механіці та фізиці.	2
	Разом за II семестр	**32**
	III семестр	
21.	**Криволінійні інтеграли.** Обчислення криволінійних інтегралів першого роду та другого роду, їх застосування у механіці та фізиці. Зв'язок між криволінійними інтегралами 1 та 2-го роду. Фізичне тлумачення криволінійних інтегралів 2-го роду. Формула Гріна., наслідки (знаходження площин множин). Незалежність криволінійного інтеграла 2-го роду від путі інтегрування. Формула Гріна.	4
22.	**Поверхневі інтеграли.** Обчислення поверхневих інтегралів першого та другого роду, їх застосування у геометрії та фізиці.	8
23.	**Елементи теорії поля.** Скалярні, векторні поля. Оператор Гамільтона, градієнт. Дивергенція, циркуляція, ротор, потік векторного поля. Критерій потенціальності векторного поля та критерій соленоідальності векторного поля в області в термінах елементів теорії поля. Формула Стокса. Формула Гауса-Остроградського.	4
24.	**Функції комплексної змінної. Диференційованість та інтегрованість функцій комплексної змінної. Ряди Лорана.** Границя, неперервність та диференційованість функції комплексної змінної. Умови Коші-Рімана (Даламбера-Ейлера). Геометричне тлумачення аргументу та модуля похідної. Інтегрованість функції комплексної змінної. Формула Коші. Ізольовані точки, їх класифікація. Ряди Лорана. Лишки та їх застосування до обчислення інтегралів.	20
25.	**Диференціальні рівняння.** Диференціальні рівняння з відокремленими змінними та рівняння, які до них зводяться. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Методи інтегруючого множника та варіації довільної сталої. Рівняння у повних диференціалах. Лінійні диференціальні рівняння вищого порядку зі сталими коефіцієнтами. Рівняння Ейлера. Метод варіації довільних сталих. Лінійні системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.	16
26.	Перетворення Лапласа.	4
27.	Теорія стійкості.	8
	Разом за III семестр	**64**
Усього годин		**128**

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
	I семестр	
1.	Матриці, визначники та системи лінійних рівнянь.	8

2.	Елементи векторної алгебри та теорії лінійних просторів.	6
3.	Комплексні числа.	6
4.	Алгебраїчні лінії першого порядку на площині і в простору.	6
5.	Алгебраїчні лінії другого порядку на площині і в простору.	6
6.	Деякі елементи теорії числових множин та логіки.	4
7.	Границя функції.	6
8.	Неперервність функції.	6
9.	Диференційованість функції, її диференціал і похідна.	6
10.	Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Тейлора.	8
11.	Графіки функцій та криві, задані у декартовій або полярній системах координат.	7
	Разом за I семестр	**69**
12.	Невизначений інтеграл.	13
13.	Визначений інтеграл та його застосування.	13
14.	Невласний інтеграл.	8
15.	Числові ряди.	8
16.	Функціональні послідовності та ряди. Степеневі ряди.	6
17.	Метричний простір $\mathbb{R}^n$. Диференціальне числення функцій кількох змінних.	8
18.	Екстремуми функцій кількох змінних.	7
19.	Подвійні інтеграли.	4
20.	Потрійні інтеграли.	4
	Разом за II семестр	**69**
	III семестр	
21.	Криволінійні інтеграли.	8
22.	Поверхневі інтеграли.	8
23.	Елементи теорії поля.	10
24.	Функції комплексної змінної. Диференційованість та інтегрованість функцій комплексної змінної. Ряди Лорана.	18
25.	Диференціальні рівняння.	18
26.	Перетворення Лапласа.	12
27.	Теорія стійкості.	10
	Разом за III семестр	**84**
Усього годин		**222**

6. Індивідуальні завдання

I семестр

1. Елементи лінійної алгебри (розділ **1**) – 12 год. (20 балів)

2. Аналітична геометрія (розділ **2**) – 12 год. (20 балів)

II семестр

3. Невизначений інтеграл (розділ **5**) – 12 год. (20 балів)

4. Числові ряди (розділ **7**) – 12 год. (20 балів)

III семестр

5. Криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля (розділ **12**) – 12 год. (20 балів)

6. Диференціальні рівняння (розділ **14**) – 12 год. (20 балів)

7. Методи навчання

Лекційно-практичні, пояснювально-ілюстративні, репродуктивні, проблемного викладу, частково-пошукові. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, GOOGLE MEET, GOOGLE CLASS), відповіднодо наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна

8. Методи контролю

Протягом вивчення курсу вищої математики використовуються наступні види контролю:

1. вхідний (контрольна робота на початку I семестру);
2. облік відвідування аудиторних занять.
3. поточний семестровий (контрольні роботи, індивідуальні навчальні завдання протягом кожного семестру);
4. підсумковий семестровий (екзамен у кожному семестрі).

9. Схема нарахування балів

I семестр

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання							Екзамен	сума
Розділ 1	Розділ 2	Розділ 3	Розділ 4	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Індівідуальні завдання	Разом		
Т1-Т3	Т4, Т5	Т6-Т8	Т9-Т11	20	40	60	20	100

Т1, Т2, …– теми розділів.
Для допуску до складання підсумкового контролю (заліку, або екзамену) здобувач вищої освіти повинен набрати ***не менше 10 балів*** з навчальної дисципліни під час поточного контролю, самостійної роботи, індивидуального завдання.

II семестр

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання										Екзамен	СУМА
Розділ5	Розділ6	Розділ7	Розділ8	Розділ9	Розділ10	Розділ11	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Індівідальні завдання	Разом		
Т12	Т13	Т14,Т15	Т16	Т17	Т18	Т19,Т20	20	40	60	40	100

Т12, Т13, …– теми розділів.
Для допуску до складання підсумкового контролю (заліку, або екзамену) здобувач вищої освіти повинен набрати ***не менше 10 балів*** з навчальної дисципліни під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання.

III семестр

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання						Екзамен	СУМА
Розділ 12	Розділ 13	Розділ 14	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Індівідальні завдання	Разом		
Т21-Т23	Т24	Т25-Т-27	20	40	60	40	100

Т21, Т22, …– теми розділів.

Для допуску до складання підсумкового контролю (заліку, або екзамену) здобувач вищої освіти повинен набрати ***не менше 10 балів*** з навчальної дисципліни під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 –69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для чотирирівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

10. Рекомендована література

Основна література

1. Тріщ Б.М. Основи вищої математики. Навчальний посібник.– Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2006. 385 с.
2. Тріщ Б.М. Основи вищої математики. Теореми, приклади і задачі. Навчальний посібник. – Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2008. 403 с.
3. Тріщ Б.М. Аналітична геометрія і лінійна алгебра. Курс лекцій. –Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2004. 245 с.
4. Копитко, О.Я. Мильо, Ж.Я. Цаповська. Вища математика. Елементи лінійної алгебри і аналітичної геометрії. Тексти лекцій. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 301 с.
5. Зеліско Г.В., Цаповська Ж.Я. Тестові завдання для самоконтролю по темах "Лінійна алгебра та аналітична геометрія" для студентів фізичного факультету та факультету електроніки. – Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2014. – 62 с.
6. Ковальчук Б.В., Тріщ Б.М. Основи аналітичної геометрії та лінійної алгебри. Навчальний посібник. –Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2002. 270 с.
7. Ковальчук Б.В., Дідик В.З., Верба І.І., Тріщ Б.М. Аналітична геометрія й основи лінійної алгебри. Київ. НМК ВО. 1993.
8. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Котлова В.М. Вища математика: Елементи аналітичної геометрії. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної. К. – 1984.
9. Тріщ Б.М. Математичний аналіз. Частина 1. Вступ у математичний аналіз. Курс лекцій. – Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2004. 209с.
10. Тріщ Б.М. Математичний аналіз. Частина 2. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. Ряди. Курс лекцій. –Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2004. 223 с.
11. Тріщ Б.М. Математичний аналіз. Частина 3. Функції багатьох змінних. Диференціальні рівняння. Курс лекцій. –Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2004. 223 с.
12. Ковальчук Б.В., Шіпка Й.Г. Математичний аналіз. Ч. 1. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2002. – 270 с.
13. Ковальчук Б.В., Шіпка Й.Г. Математичний аналіз. Ч. 2. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2004. 280 с.
14. Ковальчук Б.В., Шіпка Й.Г. Математичний аналіз. Ч. 3. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2006. 270 с.
15. Лісевич Л.М., Бабенко В.В., Бокало М.М., Тріщ Б.М. Математичний аналіз у задачах і вправах: частина І (Вступ в аналіз. Диференціальне числення функції однієї змінної), Київ, 1993.
16. Лісевич Л.М., Бабенко В.В., Бокало М.М., Тріщ Б.М. Математичний аналіз у задачах і вправах: частина ІІ (Інтегральне числення функції однієї змінної. Числові та функціональні ряди), Київ, 1993.

17. Лісевич Л.М., Бабенко В.В., Бокало М.М., Тріщ Б.М. Математичний аналіз у задачах і вправах: частина ІІІ (Диференціальне числення функцій багатьох змінних), Київ, 2001.
18. Бабенко В.В., Зіневич А.Г., Кічура С.М., Тріщ Б.М., Цаповська Ж.Я. Збірник задач з вищої математики. –Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2005. 256 с.
19. Тріщ Б.М. Вища математика. Збірник індивідуальних завдань. Навчальний посібник. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2020. 149 с.
20. Доманська О.В. Збірник типових модульних завдань з вищої математики. Частина І. Лінійна алгебра. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2008. – 80 с.
21. Давидов М.О.. Курс математичного аналізу. Т. 1. – Київ: “Вища школа”, 1990. – 380 с.
22. Давидов М.О.. Курс математичного аналізу. Т. 2. – Київ: “Вища школа”, 1991. – 365 с.

23. Єжов С.М., Разумова М.А. Теорія функцій комплексної змінної. навчальнийпосібник, К, ВПЦ «Київський університет»., 2012
24. Т.А. Мельник, Комплексний аналіз . підручник, Київ: ВПЦ «Київський університет», 2015

Методичне забезпечення

1. Гордевский В.Д. Поверхневі інтеграли. Формули Стокса та Гауса-Остроградського – Харків: ХНУ ім. В.Н.Каразіна, 2006 (методичні вказівки та індивідуальні залікові завдання з математичного аналізу).
2. Мильо О.Я. , Цаповська Ж.Я. Методичні рекомендації, приклади та індивідуальні завдання до вивчення розділу вищої математики “Диференціальне числення функції однієї змінної” для студентів факультету електроніки. – Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 62 с.
3. Мильо О.Я., Цаповська Ж.Я. Методичні рекомендації, приклади та завдання для самостійної роботи до вивчення розділу вищої математики “Диференціальні рівняння” для студентів факультету електроніки. – Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2013. – 54 с.
4. Комплексний аналіз. Приклади і задачі. (за редакцією В.Г.Самойленка). КНУім.Т.Шевченка., 2010.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення